

**Задание для письменного экзамена по дисциплине «Эконометрика и прогнозирование»  
зимняя экзаменационная сессия 2006/2007г.**

1. Для построения регрессионной модели зависимости средней оценочной стоимости дома на основе размера жилой площади ( $x_1$ ) и возраста дома ( $x_2$ ) по пятнадцати наблюдениям получены следующие данные:

$$\sum_{i=1}^{15} y_i = 1193.40, \quad \sum_{i=1}^{15} x_{1i} y_i = 1996.32, \quad \sum_{i=1}^{15} x_{2i} y_i = 8107.14, \quad \sum_{i=1}^{15} e_i^2 = 56.41, \quad \sum_{i=1}^{15} y_i^2 = 95272.04,$$

$$(X^T X) = \begin{pmatrix} 15.000 & 24.930 & 107.670 \\ 24.930 & 42.209 & 162.843 \\ 107.670 & 162.843 & 1780.245 \end{pmatrix} \quad (X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 6.220 & -3.434 & -0.062 \\ -3.434 & 1.933 & 0.031 \\ -0.062 & 0.031 & 0.001 \end{pmatrix}$$

- А) (3 балла) Оцените коэффициенты линейной регрессии  $y = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \varepsilon$ .
- Б) (3 балла) Оцените качество построенного уравнения (не использовать «грубое правило»).
- В) (2 балла) Оцените, как изменится средняя оценочная стоимость дома, если  $x_1$  уменьшится на 2 единицы,  $x_2$  увеличится на 2 единицы.
- Г) (2 балла) Какой процент вариации оценочной стоимости дома можно объяснить размером жилой площади и возрастом дома.
- Д) (3 балла) Какой фактор оказывает более значимое влияние на изменение оценочной стоимости дома. Ответ обоснуйте.

2. (3 балла) Исследователь хочет оценить зависимость стоимости одного квадратного метра жилья на вторичном рынке от ряда факторов с помощью уравнения регрессии. Один из факторов для включения в уравнение регрессии – материал стен жилого дома. Возможны следующие варианты: кирпич, панель, монолит, блок. Опишите данный фактор с помощью фиктивных переменных.

3. (2 балла) Какие методы используются при оценке параметров систем одновременных уравнений для получения качественных оценок?

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| А) метод наименьших квадратов             | Б) метод инструментальных переменных |
| В) двухшаговый метод наименьших квадратов | Г) метод моментов                    |
| Д) косвенный метод наименьших квадратов   | Е) метод максимального правдоподобия |
| Ж) обобщенный метод наименьших квадратов  | З) все методы из п.А- п.Ж            |

4. (2 балла) Какой пункт является необязательным при анализе адекватности модели ARMA?

- А) Анализ статистической значимости оценок параметров модели.
- Б) Проверка предположения о том, что остатки являются «белым шумом».
- В) Оценка порядка интегрированности ряда.
- Г) Выбор наиболее простой модели из всех возможных альтернативных моделей.

5. (5 баллов) Запишите модель AR(p) в общем виде и приведите условие её стационарности.

(2 балла) Что такое автокорреляция?

- А) Точная или стохастическая зависимость между значениями случайной переменной
- Б) Точная или стохастическая зависимость между экзогенными переменными
- В) Точная или стохастическая зависимость между экзогенными и эндогенными переменными
- Г) Нет верного ответа

7. (5 баллов) На основе квартальных данных с 1971г. по 1976г. с помощью метода наименьших квадратов получено следующее уравнение:

$$y_t = 1.12 - 0.0098x_{1t} - 5.62x_{2t} + 0.044x_{3t}$$

(s) (2.14) (0.0034) (3.42) (0.009)      RSS=110.32,      ESS=21.43

В уравнение были добавлены три фиктивные переменные, соответствующие трем первым кварталам года, величина ESS снизилась до 13.55 при неизменной TSS. Проверьте гипотезу о наличии сезонности, сформулировав необходимые предположения о виде этой сезонности.

8. (5 баллов) Укажите, истинны или ложны следующие утверждения.

- 1) Коэффициент  $\theta_1$  парного линейного уравнения регрессии показывает процентное изменение зависимой переменной Y при однопроцентном изменении X.

- 2) Тесты Дики-Фуллера используются для оценки нормального распределения остатков в модели.
- 3) Преобразование Койка предполагает постоянное увеличение абсолютных значений коэффициентов регрессии с увеличением лагов.
- 4) Суть метода наименьших квадратов состоит в минимизации суммы квадратов зависимой переменной.
- 5) Коэффициент  $b_i$  в уравнении  $y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_mx_m$  является статистически незначимым, если отклоняется гипотеза  $H_0 : b_i = 0$ .
- 6) Если временные ряды являются коинтегрированными, а их линейная комбинация не дает стационарный временной ряд, то можно строить коинтеграционное соотношение.
- 7) Критическая область статистики  $DW$  Дарбина -Уотсона симметрична относительно двух.
- 8) Дисперсии оценок коэффициентов уравнения регрессии при автокорреляции остатков являются смещенными, поэтому оценки по  $t$  и  $F$ -статистикам могут быть ошибочными.
- 9) В регрессионной модели наличие мультиколлинерности можно определить, если вычислить коэффициенты корреляции между объясняющими переменными и зависимой переменной.
- 10) Построение регрессионных моделей по нестационарным временным рядам может привести к установлению ложных регрессионных зависимостей.

9. (2 балла) Статистическая значимость коэффициентов уравнения регрессии проверяется с помощью

- А)  $F$ -статистики, имеющей распределение Фишера
- Б)  $t$ -статистики, имеющей распределение Стьюдента
- В)  $U$ -статистики, имеющей стандартное нормальное распределение
- Г)  $DW$ -статистики, имеющей распределение Дарбина-Уотсона

10. (2 балла) Если временной ряд имеет детерминированный линейный тренд (наряду с которым может иметь место стохастический тренд), то при исследовании типа нестационарности в расширенном тесте Дики-Фуллера используется следующая модель исходного временного ряда:

$$1. \Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \times y_{t-1} + \gamma_2 \times t + \sum_{j=1}^p \beta_j \times \Delta y_{t-j+1} + \varepsilon_t$$

$$2. \Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \times y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \times \Delta y_{t-j+1} + \varepsilon_t$$

$$3. \Delta y_t = \gamma_1 \times y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \times \Delta y_{t-j+1} + \varepsilon_t$$

$$4. y_t = \gamma_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \times \Delta y_{t-j+1} + \varepsilon_t$$

11. По  $n=50$  наблюдениям построено с использованием метода наименьших квадратов уравнение регрессии:  $y = 2.1 + 0.75x$ , где  $y$  – натуральный логарифм ежемесячных расходов на образование,  $x$  – натуральный логарифм ежемесячного располагаемого дохода. Для модели  $RSS=50$  и обратная матрица попарных произведений регрессоров:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 2/50 & -1/50 \\ -1/50 & 1/50 \end{pmatrix}$$

А) (3 балла) Проверьте гипотезу о равенстве эластичности ежемесячных расходов на образование от ежемесячного располагаемого дохода единице при альтернативной гипотезе, что эластичность не равна 1 при  $\alpha=0.01$ .

Б) (3 балла) Постройте 90% доверительный интервал для  $y$  при  $x=1.5$ .

12. (2 балла) Какой тест не используется для диагностики гетероскедастичности?

- |          |                      |                    |
|----------|----------------------|--------------------|
| А) Чоу   | Б) Голдфелда-Квандта | В) Дарбина-Уотсона |
| Г) Парка | Д) Хилдрета-Лу       | Е) Рамсея          |

13. (5 баллов) Покажите, что модель адаптивных ожиданий является авторегрессионной моделью.

14. (5 баллов) Есть модель:  $y = -330.3 + 49.1 \times \ln x_1 - 0.34x_2 + 0.33x_3 - 15.4x_4$ ,  
(S) (180.7) (7.4) (0.13) (0.12) (4.1)

$R^2 = 0.70$ ,  $DW = 0.94$ ,  $n = 28$ ,  $y$  - потребление говядины в году;  $x_1$  - реальный располагаемый доход;  $x_2$  - среднегодовая розничная цена на говядину;  $x_3$  - среднегодовая розничная цена на свинину;  $x_4$  - риск, связанный с заболеванием коров в данном году. Оцените качество модели. Ответ обоснуйте (не использовать «грубое правило»).

15. (5 баллов) Исследователь проверял на нестационарность несколько временных рядов с помощью коррелограмм рядов и их первых разностей, а так же теста «единичного» корня Дики-Фуллера. Все результаты исследователь свел в таблицы. В первой охарактеризовал коррелограммы, указав лаги, для которых автокорреляционные функции превышают величину 0.5, во второй указал наблюдаемые и критические значения для ADF-теста, но при этом забыл указать, какому из рядов соответствуют результаты тестов.

Ряд	Correlogramm	
	ACF	PACF
<i>EXPORT</i>	экспонента	1,2 лаги
$\Delta$ <i>EXPORT</i>	экспонента	1 лаг
<i>IMPORT</i>	угас. синусоида	угас. синусоида
$\Delta$ <i>IMPORT</i>	1,2,4 лаг	1,2,4 лаг
<i>GDP</i>	1,2 лаги	1 лаг
$\Delta$ <i>GDP</i>	«белый шум»	«белый шум»

Ряд	ADF ТЕСТ			Итог
	Спец-ция	ADF стат-ка	0,05 кр. точка	
	T,4	-2,4526	-3,711	
$\Delta$	C,1	-3,6971	-3,012	
	T,0	-4,6574	-3,612	
$\Delta$	N,0	-13,4589	-1,958	
	T,1	0,4365	-3,612	
$\Delta$	T,0	-1,5621	-3,612	

Заполните за исследователя вторую таблицу: укажите, каким рядам соответствуют результаты теста Дики-Фуллера (результаты теста даны для ряда и его же разности) и сделайте окончательный вывод о порядке интегрированности каждого ряда.

16. (2 балла) Что не относится к методам спецификации эконометрической модели?

- А) Построение оценок параметров модели
- Б) Критерий Рамсея (RESET-тест)
- В) Спецификация переменных модели
- Г) Все ответы верны

17. (5 баллов) Пусть  $b_1$  - МНК – оценка для коэффициента  $\beta_1$  парной линейной регрессии  $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ . Пусть  $a_1$  - МНК – оценка для коэффициента  $\alpha_1$  парной линейной регрессии  $x = \alpha_0 + \alpha_1 y + v$ . Покажите, что  $b_1 = 1/\alpha_1$  тогда и только тогда, когда коэффициент детерминации  $R^2$  для уравнения регрессии  $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$  равен 1.

18. (2 балла) Выберите неверные суждения о коэффициенте детерминации:

- А)  $R^2$  используется для анализа общего качества уравнения регрессии;
- Б) Исправленный  $\bar{R}^2$  всегда меньше обычного  $R^2$  (если  $R^2 \neq 1$ );
- В)  $R^2 \leq 1$ ;
- Г) Для расчета  $R^2$  необходимо знать  $\sum_i e_i^2$ ;

Д) Статистическая значимость  $R^2$  проверяется с помощью распределения Стьюдента.

19. (5 баллов) По годовым данным 1899-1922 гг. для промышленного сектора США Доугерти была получена оценка производственной функции Кобба -Дугласа  $Y = A \times K^\alpha \times L^\beta \times e^{rt} \times v$  в виде регрессионной модели:

$$\ln Y = 2,81 - 0,53 \cdot \ln K + 0,91 \cdot \ln L + 0,047 \cdot t \quad R^2 = 0,97$$

$$S = (1,38) \quad (0,34) \quad (0,14) \quad (0,023) \quad F = 189,9$$

где  $Y$  - объем выпуска продукции,  $L$  - трудозатраты и  $K$  - капиталовложения,  $t$  - время. Дайте оценку полученной модели. Присутствует ли в ней мультиколлинеарность? Если мультиколлинеарность присутствует, как подтвердить её наличие в модели и каким способом можно её корректно устранить?

20. (5 баллов) Могут ли следующие уравнения быть преобразованы в уравнения, линейные по параметрам? Если можно преобразовать, то сделайте это.

$$A) y = b_0 \times \exp(b_1 x) \times \varepsilon$$

$$B) y = b_0 \times \exp(-b_1 x) + \varepsilon$$

$$B) y = \exp(b_0 + b_1 x + \varepsilon)$$

$$Г) y = b_0 / (b_1 - x) + \varepsilon$$

21. Рассматривается следующая модель:

$$\begin{cases} C_t = b_0 + b_1 Y_t + b_2 R_t + \varepsilon_t \\ R_t = \gamma_0 + \gamma_1 I_t + \gamma_2 M_t + u_t \\ I_t = a_0 + a_1 R_t + a_2 (Y_t - Y_{t-1}) + v_t \\ Y_t = C_t + I_t + G_t \end{cases}$$

где  $C_t$  - объем потребления в году  $t$ ,  $I_t$  - объем инвестиций в году  $t$ ,  $Y_t$  - доход в году  $t$ ,  $G_t$  - объем государственных расходов в году  $t$ ,  $R_t$  - процентная ставка в году  $t$ ,  $M_t$  - денежная масса в году  $t$ .

A) (3 балла) Представьте систему в приведенной форме (в общем виде).

B) (5 баллов) Определите, является ли данная система идентифицируемой.

В) (2 балла) Будет ли система идентифицируемой, если в уравнении для инвестиций исключить  $Y_t$ .

22. (2 балла) Какое из утверждений о мультиколлинеарности верно?

A) В регрессионной модели наличие мультиколлинеарности можно определить, если вычислить коэффициенты корреляции между объясняющими переменными и зависимой переменной.

B) При наличии мультиколлинеарности оценки коэффициентов являются незначимыми, а коэффициент детерминации высоким.

В) При наличии мультиколлинеарности оценки коэффициентов уравнения регрессии имеют высокие  $t$ -статистики.

Г) При наличии мультиколлинеарности нарушается предпосылка о независимости случайных отклонений в модели

23. (5 баллов) Используя сведения о временных рядах ежемесячных показателей, приведенных в таблице, предложите не менее трех моделей (включающих в совокупности все представленные показатели), согласованных с теорией временных рядов и экономической теорией.

$CPI$ , индекс потребительских цен, %	I(1)
$GDP$ , валовый внутренний продукт, млн. руб.	I(0)
$IMPORT$ , импорт товаров и услуг, млн. руб.	I(1)
$WAGE$ , оплата труда, млн. руб.	I(1)
$CONSUM$ , денежные расходы и сбережения населения, млн. руб.	I(1)
$INCOME$ , денежные доходы населения, млн. руб.	I(1)
$EX RATE$ , реальный курс национальный валюты, руб.	I(2)

Для справки:

$$t_{\frac{0.05}{2}, 12} = 2.18, \quad t_{0.1, 48} = 1.299, \quad t_{\frac{0.1}{2}, 48} = 1.677, \quad t_{\frac{0.05}{2}, 23} = 2.069,$$

$$F_{0.05, 2, 12} = 3.89, \quad F_{0.05, 3, 17} = 3.20, \quad F_{0.05, 4, 23} = 2.79,$$

$$d_L = 1.104, d_U = 1.747.$$